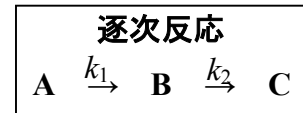


## 逐次反応の微分方程式とその解



解くべき微分方程式は、

$$\frac{d[A]}{dt} = -k_1[A], \quad \frac{d[B]}{dt} = k_1[A] - k_2[B], \quad \frac{d[C]}{dt} = k_2[B]$$

である。

最初の式から

$$[A] = [A]_0 \exp(-k_1 t)$$

が得られる。

また、2つの時定数を持ち  $t=0$  で  $[B]=0$  となる解は  $[B] = c_1 \{ \exp(-k_1 t) - \exp(-k_2 t) \}$  の形をしていると考えられる。これらを第2の式に代入すると、

$$c_1 \frac{d\{ \exp(-k_1 t) - \exp(-k_2 t) \}}{dt} = k_1 [A]_0 \exp(-k_1 t) - c_1 k_2 \{ \exp(-k_1 t) - \exp(-k_2 t) \}$$

左辺を微分すると、

$$-c_1 k_1 \exp(-k_1 t) + c_1 k_2 \exp(-k_2 t) = \{ k_1 [A]_0 - c_1 k_2 \} \exp(-k_1 t) + c_1 k_2 \exp(-k_2 t)$$

両辺が等しいためには  $-c_1 k_1 = \{ k_1 [A]_0 - c_1 k_2 \}$  すなわち  $c_1 = k_1 [A]_0 / (k_2 - k_1)$  でなければならない。すなわち、

$$[B] = \frac{k_1 [A]_0}{k_2 - k_1} \{ \exp(-k_1 t) - \exp(-k_2 t) \}$$

こうして得た  $[B]$  を第3の式に代入すると、

$$\frac{d[C]}{dt} = \frac{k_1 k_2 [A]_0}{k_2 - k_1} \{ \exp(-k_1 t) - \exp(-k_2 t) \}$$

これを積分して、 $t=0$  で  $[C]=0$  の条件を課すと、

$$[C] = \frac{k_1 k_2 [A]_0}{k_2 - k_1} \left\{ \frac{\exp(-k_2 t)}{k_2} - \frac{\exp(-k_1 t)}{k_1} + \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right\}$$

が求まる。 $t \rightarrow \infty$  で  $[C] = [A]_0$  になることが検算になる。